

Προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής με τεχνητά νευρωνικά δίκτυα και μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης

Δημήτριος Μπότσης*

Επιστημονικός συνεργάτης, Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής, Διεθνές Πανεπιστήμιο Ελλάδος, Πανεπιστημιούπολη Σεργίων, 621 24 Τέρμα Μαγνησίας, Σέρρες

Κωνσταντίνος Διαμαντάρας

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Ηλεκτρονικών Συστημάτων, Διεθνές Πανεπιστήμιο Ελλάδος, Αλεξάνδρεια Πανεπιστημιούπολη, 574 00 Σίνδος, Θεσσαλονίκη

Περικλής Λατινόπουλος

Ομότιμος Καθηγητής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τομέας Υδραυλικής και Τεχνικής Περιβάλλοντος, 541 24, Θεσσαλονίκη

Ελευθέριος Παναγιωτόπουλος

Λέκτορας, Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής, Διεθνές Πανεπιστήμιο της Ελλάδος, Πανεπιστημιούπολη Σεργίων, 621 24 Τέρμα Μαγνησίας, Σέρρες

*+302321049389, jimbotsis@gmail.com

ΠΕΡΙΛΗΨΗ: Στην παρούσα ερευνητική εργασία αναπτύσσεται ένα Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο (ΤΝΔ) και ένα μοντέλο Μηχανών Διανυσμάτων Υποστήριξης (ΜΔΥ) για την προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής και την πρόβλεψη χρονοσειρών στάθμης ποταμού. Για το σκοπό αυτό, δημιουργήθηκε ένα πολυστρωματικό ΤΝΔ με τρία επίπεδα εκπαιδευόμενο με τον αλγόριθμο back-propagation (Levenberg-Marquardt). Ταυτόχρονα, δημιουργήθηκε ένα μοντέλο ΜΔΥ με τρεις διαφορετικές συναρτήσεις πυρήνα (Γραμμική, Πολυωνυμική και Γκαουσιανή). Τα δεδομένα ημερήσιας βροχόπτωσης και απορροής μιας ορεινής λεκάνης απορροής χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξη και εφαρμογή των μοντέλων προσομοίωσης της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής. Σημαντικό μέρος της παρούσας έρευνας αποτελεί ο έλεγχος της επίδρασης της ιστορίας της βροχόπτωσης και της απορροής στην τελική πρόβλεψη. Η μέθοδος cross-validation χρησιμοποιήθηκε για την επιλογή του κατάλληλου αριθμού κρυφών νευρώνων στο ΤΝΔ και της καλύτερης συνάρτησης πυρήνα στο μοντέλο ΜΔΥ. Η απόδοση και η αξιοπιστία των μοντέλων ελέγχθηκαν με βάση τρία διαφορετικά κριτήρια αξιολόγησης. Τα αποτελέσματα αποκάλυψαν ότι όλα τα μοντέλα είναι πολύ αποτελεσματικά στην προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής και της πρόβλεψης της στάθμης ποταμού.

Λέξεις κλειδιά: βροχή, απορροή, τεχνητά νευρωνικά δίκτυα, μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης, λεκάνη απορροής.

ABSTRACT: In this study an Artificial Neural Network (ANN) model and a Support Vector Regression (SVR) one are presented. The models have been designed to simulate the rainfall-runoff relationship and forecast river stage timeseries. For this purpose, we created a multilayer feed-forward ANN with three layers trained from the back-propagation algorithm (Levenberg-Marquardt). At the same time, we created a SVR model with three different kernel functions. (Linear, Polynomial and Gaussian). The daily rainfall and streamflow data of a mountainous watershed were used as a case study for developing the rainfall-runoff models. An important part of this research is the impact of rainfall and runoff history in the final prediction. The cross-validation method was used to choose the appropriate number of hidden neurons in the ANN and the best kernel function in SVR. The performance and reliability of models were evaluated through three different criteria. The results revealed that all the models are very effective in rainfall-runoff simulation and river stage forecasting.

Keywords: rainfall, runoff, artificial neural networks, support vector machines, watershed.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το νερό είναι ένας απαραίτητος φυσικός πόρος και θεωρείται βασικό στοιχείο για την οικονομική και κοινωνική ανάπτυξη και ευημερία. Γενικά, οι υδατικοί πόροι υφίστανται μεγάλη πίεση ή αντιμετωπίζουν αναντιστοιχία μεταξύ προσφοράς και ζήτησης σε πολλές περιοχές. Αυτό οφείλεται στην αύξηση της ζήτησης και στους περιορισμούς στη διαθέσιμη ποσότητα νερού ή στη μη ορθολογική διαχείριση των διαθέσιμων υδατικών αποθεμάτων. Στην πραγματικότητα, ο κατάλληλος σχεδιασμός για τη διαχείριση του νερού είναι η μόνη επιλογή για την αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων [1]-[2]-[3]-[4]. Η σύγχρονη υδρολογία ασχολείται με την κατανομή των νερών στην επιφάνεια της γης και με την κίνησή τους κάτω και πάνω από την επιφάνεια του εδάφους και διαμέσου της ατμόσφαιρας. Ένα από τα σημαντικότερα φαινόμενα της υδρολογίας είναι ο μετασχηματισμός της βροχής σε απορροή. Ειδικότερα η σχέση βροχόπτωσης-απορροής παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση και λειτουργία του υδατικού ισοζυγίου των λεκανών απορροής, καθώς και στο σχεδιασμό της διαχείρισης των υδάτινων μαζών [5]. Η ακριβής προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής είναι πολύ σημαντική για τη διαχείριση των υδατικών πόρων και στην προειδοποίηση εμφάνισης πλημμυρικών φαινομένων [6]-[7]. Αρκετές ερευνητικές προσπάθειες έχουν πραγματοποιηθεί για τον προσδιορισμό της αλληλεπίδρασης μεταξύ βροχών και απορροής με στόχο να διαμορφωθούν οι κατάλληλες στρατηγικές διαχείρισης του νερού, ώστε να καταστεί διαθέσιμο όποτε και όπου χρειάζεται [4]-[8].

Ο μετασχηματισμός της βροχόπτωσης σε απορροή αποτελεί ένα από τα πολυπλοκότερα υδρολογικά φαινόμενα, η κατανόηση του οποίου είναι δύσκολη και ακόμη περισσότερο η επίλυσή του [9]. Υπάρχει ένας

μεγάλος αριθμός παραμέτρων που επηρεάζουν τη μη γραμμική σχέση βροχόπτωσης-απορροής, όπως η εξατμισοδιαπνοή, η διήθηση, οι συνθήκες βλάστησης και η υπόγεια ροή, που είναι δύσκολο να παρασταθούν μαθηματικά, ώστε να δημιουργηθεί ένας αξιόπιστος και ακριβής αλγόριθμος για τον προσδιορισμό της τελικής απορροής. Οι συμβατικές μέθοδοι προσέγγισης της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής είναι σε αρκετές περιπτώσεις αναποτελεσματικές στην περιγραφή ολόκληρου του φάσματος του φαινομένου και ειδικά στην ανάλυση και ακριβή προσέγγιση της συχνότητας εμφάνισης πλημμυρών [10].

Οι ερευνητές στο παρελθόν προσπάθησαν να αναπτύξουν και να εξελίξουν θεωρητικά μοντέλα για την προσομοίωση υδρολογικών φαινομένων με τη χρήση μεθόδων που στηρίζονται στους θεμελιώδεις νόμους της φυσικής και συστήματα θεωρητικών προσεγγίσεων που δεν λαμβάνουν υπόψη τις φυσικές διεργασίες του φαινομένου το οποίο προσομοιώνεται. Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ΤΝΔ) και οι Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (ΜΔΥ) κατατάσσονται στην κατηγορία των μοντέλων όπου δεν είναι απαραίτητη η γνώση των φυσικών διεργασιών ενός υδρολογικού φαινομένου [11].

Η δημιουργία των ΤΝΔ ξεκίνησε πριν από περίπου 60 χρόνια, το 1943, όταν οι McCulloch και Pitts εμπνεύστηκαν από τη λειτουργία και τη δομή του ανθρώπινου εγκεφάλου και προσπάθησαν να την προσομοιώσουν [12]-[13]. Από τα τέλη της δεκαετίας του 1980 και κυρίως κατά τη δεκαετία του 1990 τα ΤΝΔ χρησιμοποιήθηκαν σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, εξαιτίας της δημιουργίας εξελιγμένων αλγορίθμων εκπαίδευσης και ισχυρών υπολογιστικών εργαλείων. Από την αρχή της δεκαετίας του 1990 τα ΤΝΔ έχουν εφαρμοστεί με μεγάλη επιτυχία στην προσομοίωση υδρολογικών φαινομένων όπως η προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής [14].

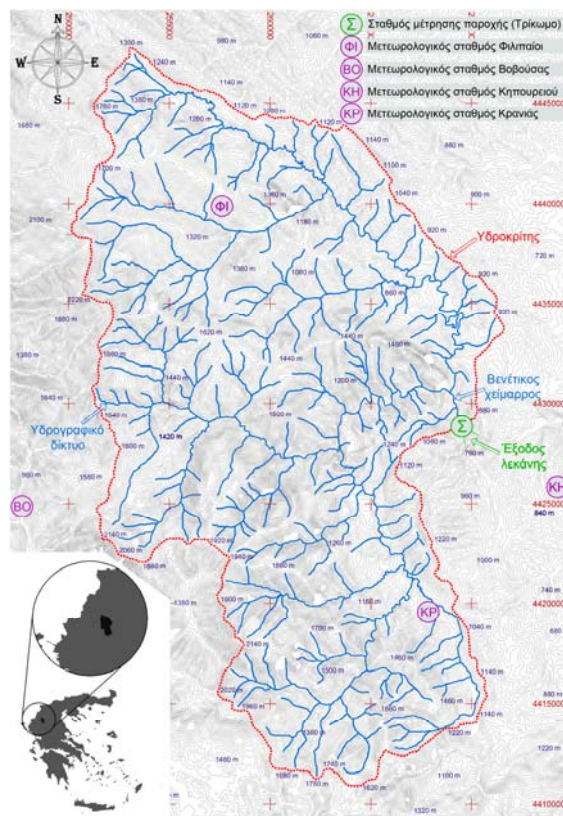
Ο αλγόριθμος των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης (ΜΔΥ) είναι μία μη-γραμμική γενίκευση του αλγόριθμου που αναπτύχθηκε από τον Vapnik στις αρχές του 1960 [15]-[16]-[26]. Η ανάπτυξη των ΜΔΥ στηρίχθηκε στη δομή της αρχής της ελαχιστοποίησης του κινδύνου που προέρχεται από τη στατιστική. Η μέθοδος αυτή έγινε διάσημη και χρησιμοποιήθηκε σε μεγάλο βαθμό στην προσομοίωση μεγάλης και μικρής κλίμακας φυσικών φαινομένων και μη-γραμμικών προβλημάτων. Οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης, στις οποίες ανήκουν τα ΤΝΔ και οι ΜΔΥ, έχουν αποκτήσει μεγάλη δημοτικότητα για την προσομοίωση των μη γραμμικών σχέσεων που ενυπάρχουν στη διαδικασία μετασχηματισμού της βροχόπτωσης σε απορροή [17]-[18]-[19]-[4]-[6]-[20]-[7]-[21]. Η ευρεία χρήση τους στην προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής οφείλεται στο ότι τα μοντέλα μηχανικής μάθησης έχουν το πλεονέκτημα να ταυτοποιούν μία σχέση μεταξύ δεδομένων εισόδων και εξόδων, χωρίς να απαιτείται η γνώση των φυσικών διεργασιών του φαινομένου που προσομοιώνουν [22].

Στην παρούσα ερευνητική εργασία προσομοιώθηκε η σχέση βροχόπτωσης-απορροής με τη δημιουργία ενός ΤΝΔ με ένα κρυφό επίπεδο εκπαιδευόμενο με τον αλγόριθμο Back-Propagation και με μοντέλα ΜΔΥ με γραμμικό, πλυννυμικό και γκαουσσιανό πυρήνα συνάρτησης. Η εφαρμογή έγινε σε ένα τμήμα της λεκάνης απορροής του Βενέτικου χειμάρρου και στόχος ήταν η πρόβλεψη της χρονοσειράς της στάθμης του νερού. Η εν λόγω εφαρμογή καταδεικνύει κάποια από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά και προτερήματα των ΤΝΔ και των ΜΔΥ, ενώ δίνει έμφαση στην επίδραση της ιστορίας των κατακρημνισμάτων και της απορροής στην τελική πρόβλεψη.

II. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

A. Περιοχή έρευνας

Το πεδίο εφαρμογής της έρευνας είναι η ορεινή λεκάνη απορροής του χειμάρρου Βενέτικου (σχήμα 1) που βρίσκεται στη βορειοδυτική Ελλάδα και αποτελεί παραπόταμο του ποταμού Αλιάκμονα. Η έξοδος της λεκάνης καταλήγει στην πέτρινη γέφυρα στο «Τρίκιωμο», όπου μετρείται η στάθμη του χειμάρρου. Η έκτασή της ανέρχεται σε 491.9 km², με τη μεγαλύτερη επιφάνεια της να καλύπτεται από δασική βλάστηση.



Σχήμα 1 – Λεκάνη απορροής Βενέτικου – πεδίο έρευνας

B. Δεδομένα

Στην παρούσα εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν μετεωρολογικά στοιχεία από τέσσερις σταθμούς μέτρησης στη λεκάνη απορροής, καθώς και μετρήσεις της στάθμης του χειμάρρου από τον σταθμημετρικό

σταθμό στη γέφυρα Τρίκωμο. Τόσο οι μετρήσεις της βροχοπτώσης και του χιονιού, όσο και οι μετρήσεις της στάθμης ήταν καθημερινές για μία χρονική περίοδο 14 ετών, από 01-10-1996 έως 30-09-2010. Τα μετεωρολογικά και υδρολογικά δεδομένα προέρχονται από τον Τομέα Υδρολογίας της ΔΕΗ.

Η κατάλληλη επεξεργασία των δεδομένων είναι πιθανό να βελτιώσει την απόδοση των μοντέλων και να προκύψουν καλύτερα αποτελέσματα [12]. Σχετικά με τα δεδομένα μετρήσεων της στάθμης του χειμάρρου πραγματοποιήθηκε γραμμική παρεμβολή με στόχο να συμπληρωθούν ορισμένα κενά των χρονοσειρών και να διορθωθούν πιθανά λάθη μετρήσεων. Σε ότι αφορά τα δεδομένα βροχοπτώσης και χιονόπτωσης, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του αριθμητικού μέσου για τη συμπλήρωση των κενών. Η απλή αυτή μέθοδος επιλέχθηκε γιατί οι χρονοσειρές είχαν ελάχιστα κενά, ενώ τα υψόμετρα των σταθμών είναι περίπου ίδια. Τέλος τα δεδομένα κανονικοποιήθηκαν στο πεδίο τιμών από 0 έως 1 για την ευκολότερη διαχείρισή τους.

Γ. Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ΤΝΔ)

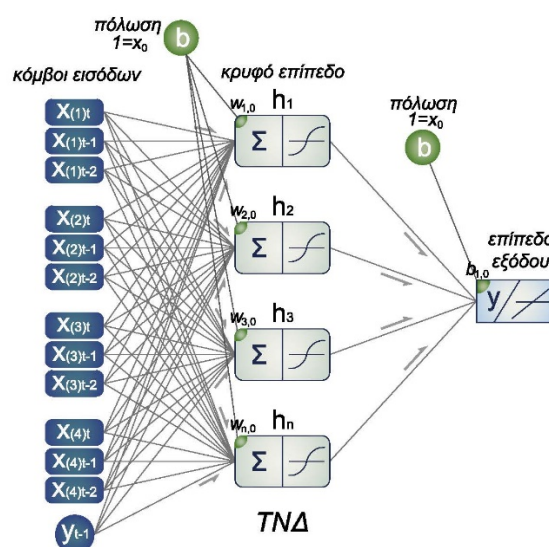
Το πιο κοινό ΤΝΔ που χρησιμοποιήθηκε σε υδρολογικές εφαρμογές είναι το δίκτυο πολλών στρωμάτων (multilayer feed-forward network), εκπαιδευόμενο με τον αλγόριθμο Back-Propagation [14]. Ο αλγόριθμος Back-Propagation προτάθηκε από τον Paul Werbos στη δεκαετία του 1970, στο πλαίσιο της ανάλυσης μοντέλων οικονομικής και πολιτικής πρόβλεψης [13], ενώ παρουσιάστηκε ολοκληρωμένος από τον Rumelhart το 1986 και αποτελεί μία τεχνική κατάβασης δυναμικού, όπου τα συναπτικά βάρη w_{ij} είναι οι παράμετροι που πρέπει να διορθωθούν ώστε να ελαχιστοποιηθεί το σφάλμα, καθώς τόσο οι εισόδοι όσο και οι στόχοι είναι δεδομένοι και σταθεροί [23]. Πιο αναλυτικά, αν οι εισόδοι του δικτύου είναι $x_1, x_2, \dots, x_n$ και οι έξοδοι είναι $y_1, y_2, \dots, y_m$, για μία σειρά από p διανύσματα εισόδου είναι επιθυμητό οι έξοδοι να πετύχουν τιμές που δίνονται από αντίστοιχα p διανύσματα στόχων. Ειδικότερα ονομάζονται:

$$\begin{aligned} x^{(p)} &= [x_1^{(p)}, x_2^{(p)}, \dots, x_n^{(p)}]^T \text{ το } p - \text{στό } \Delta E_i \\ y^{(p)} &= [y_1^{(p)}, y_2^{(p)}, \dots, y_m^{(p)}]^T \text{ το } p - \text{στό } \Delta E_x \\ d^{(p)} &= [d_1^{(p)}, d_2^{(p)}, \dots, d_m^{(p)}]^T \text{ το } p - \text{στό } \Delta S \end{aligned} \quad (1)$$

Όπου ΔΕ_Ι: Διάνυσμα Εισόδου, ΔΕ_Σ: Διάνυσμα Εξόδου και ΔΣ: Διάνυσμα Στόχων. Τα δεδομένα που απαιτούνται για να εκπαιδευτεί το δίκτυο είναι τα p ζεύγη διανυσμάτων εισόδου-στόχων $\{x(1), d(1)\}, \{x(2), d(2)\}, \dots, \{x(p), d(p)\}$. Το ιδεατό είναι να επιτευχθεί η απόλυτη ταύτιση εξόδων και στόχων για κάθε πρότυπο εισόδου, δηλαδή $y(1)=d(1), y(2)=d(2), \dots, y(p)=d(p)$. Ωστόσο αυτό μπορεί να μην είναι απόλυτα εφικτό, οπότε επιζητείται η βέλτιστη προσέγγιση της επιθυμητής κατάστασης χρησιμοποιώντας ένα κριτήριο κόστους. Στην προκειμένη περίπτωση επιλέγεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, το οποίο έχει το πλεονέκτημα ότι η ελαχιστοποίησή του σημαίνει

την ελαχιστοποίηση της τετραγωνικής απόστασης μεταξύ των διανυσμάτων $y(i), d(i)$ και παραγωγίζεται εύκολα, οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μεθόδους κατάβασης δυναμικού [13].

Το ΤΝΔ που αναπτύχθηκε στην παρούσα ερευνητική εργασία είναι ένα δίκτυο πολλών στρωμάτων εκπαιδευόμενο με τον αλγόριθμο Back-Propagation (multilayer feed-forward network trained with the back-propagation algorithm). Για την προσομοίωση του υδρολογικού φαινομένου της σχέσης βροχοπτώσης-απορροής προσομοιώθηκε ένα ΤΝΔ με ένα κρυφό επίπεδο. Ειδικότερα η αρχιτεκτονική του ΤΝΔ που σχεδιάστηκε αποτελείται από δεκατρείς εισόδους, ένα κρυφό επίπεδο με h νευρώνες και ένα νευρώνα στο επίπεδο εξόδου. Η αρχιτεκτονική του ΤΝΔ παρουσιάζεται στο σχήμα 2.



Σχήμα 2 – Αρχιτεκτονική τεχνητού νευρωνικού δικτύου [24]

Για την εκπαίδευση του ΤΝΔ χρησιμοποιήθηκε η παραλλαγή Levenberg-Marquardt του αλγορίθμου εκπαίδευσης Back-Propagation, επειδή είναι η ταχύτερη και η περισσότερο αξιόπιστη από οποιαδήποτε άλλη παραλλαγή του αλγορίθμου Back-Propagation [25]. Ο υπολογισμός της τοπικής κλίσης για κάθε νευρώνα του ΤΝΔ απαιτεί τη γνώση της παραγώγου της συνάρτησης ενεργοποίησης του νευρώνα. Απαραίτητη προϋπόθεση για να υπάρχει η παράγωγος είναι η συνάρτηση ενεργοποίησης (transfer function) να είναι συνεχής. Πρακτικά, η μόνη προϋπόθεση που πρέπει να ικανοποιείται είναι η συνάρτηση ενεργοποίησης να είναι παραγωγίσιμη [23]. Η συνάρτηση ενεργοποίησης πρέπει να είναι παραγωγίσιμη, όπως οι περισσότεροι αλγόριθμοι εκπαίδευσης που χρησιμοποιούνται στα πολυστρωματικά ΤΝΔ, οι οποίοι βασίζονται σε μεθόδους βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούν την πρώτη και δεύτερη παράγωγο. Στην παρούσα εφαρμογή ΤΝΔ χρησιμοποιήθηκε ως συνάρτηση ενεργοποίησης η υπερβολική εφαπτομένη (hyperbolic tangent) η οποία είναι συνεχής, αύξουσα και παραγωγίσιμη (εξίσωση 2). Σχετικά με το επίπεδο εξόδου χρησιμοποιήθηκε η γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης.

$$g(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} \quad (2)$$

Το ΤΝΔ σχεδιάστηκε με 13 εισόδους όπου χρησιμοποιήθηκαν η βροχόπτωση και η χιονόπτωση (ισοδύναμο νερού) σε χρόνο t , η ιστορία της βροχόπτωσης και χιονόπτωσης για τις δύο προηγούμενες ημέρες $t-1$ και $t-2$ (από τέσσερις μετεωρολογικούς σταθμούς – συνολικά 12 νευρώνες εισόδου) και η απορροή του χειμάρρου σε χρόνο $t-1$ (13ος νευρώνας εισόδου). Οι στόχοι του ΤΝΔ ήταν η απορροή σε χρόνο t . Έτσι στο μοντέλο διαμορφώθηκαν πρότυπα εισόδων-εξόδων, κάθε ένα από τα οποία αποτελούνταν από 13 εισόδους και μία έξοδο, έχοντας την παρακάτω μορφή:

$$\begin{Bmatrix} x_1(t), x_1(t-1), x_1(t-2) \\ x_2(t), x_2(t-1), x_2(t-2) \\ x_3(t), x_3(t-1), x_3(t-2) \\ x_4(t), x_3(t-1), x_3(t-2) \\ y(t-1) \end{Bmatrix} \rightarrow y(t) \quad (3)$$

Δ. Μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης (ΜΔΥ)

Στην υδρολογία τα περισσότερα φυσικά φαινόμενα είναι πολύπλοκα και τείνουν προς τη μη-γραμμικότητα. Στην παρούσα ερευνητική εργασία η βασική αρχή της παλινδρόμησης των ΜΔΥ είναι να προσδιορίσουν τη μη-γραμμικότητα στη σχέση μεταξύ της βροχόπτωσης και απορροής. Η παλινδρόμηση των ΜΔΥ μπορεί να εκτιμήσει τη μη-γραμμική συνάρτηση μεταξύ ενός διανύσματος εισόδου x και μίας μεταβλητής εξόδου. Χρησιμοποιώντας τη μη-γραμμική συνάρτηση $x \rightarrow \Phi(x)$ η σχέση μεταξύ x και y μπορεί να μετατραπεί σε ένα πρόβλημα γραμμικής παλινδρόμησης μεταξύ $\Phi(x)$ και y . Η μορφή της εξίσωσης που περιγράφει τη σχέση της γραμμικής παλινδρόμησης μεταξύ $\Phi(x)$ και y είναι (εξίσωση 4):

$$f(x, \omega) = \omega \cdot \Phi(x) + b \quad (4)$$

Ο σκοπός της παλινδρόμησης των ΜΔΥ είναι να βρεθούν τα βέλτιστα ω , b και οι κατάλληλες παράμετροι στη συνάρτηση $\Phi(x)$, ώστε να κατασκευαστεί μία προσέγγιση της συνάρτησης $f(x, \omega)$. Επιπλέον στόχος της παλινδρόμησης των ΜΔΥ είναι να βρεθεί μία συνάρτηση f η οποία θα έχει το πολύ απόκλιση ε από τους στόχους, για όλα τα δεδομένα εκπαίδευσης, και ταυτόχρονα να είναι όσο το δυνατόν περισσότερο επίπεδη [26]. Σφάλματα μεγαλύτερα από ε δεν είναι αποδεκτά. Το να είναι η συνάρτηση $f(x, \omega)$ επίπεδη σημαίνει ότι επιδιώκεται ένα πολύ μικρό ω και αυτό επιτυγχάνεται με την ελαχιστοποίηση του όρου $1/2 \|\omega\|^2$. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να γραφτεί ως ένα πρόβλημα κυρτής βελτιστοποίησης (εξίσωση 5):

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \frac{1}{2} \|\omega\|^2 \\ & \text{subject to } \begin{cases} y - \langle \omega, \Phi(x) \rangle - b \leq \varepsilon \\ \langle \omega, \Phi(x) \rangle + b - y \leq \varepsilon \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

Η σιωπηρή υπόθεση στην εξίσωση (5) ήταν ότι μια τέτοια συνάρτηση f πραγματικά υπάρχει προσεγγίζοντας όλα τα ζευγάρια των εισόδων και στόχων (x, y) με ακρίβεια ε , ή με άλλα λόγια, ότι το πρόβλημα κυρτής βελτιστοποίησης είναι εφικτό [26]. Μερικές φορές, ωστόσο, αυτό μπορεί να μη συμβεί ή το πρόβλημα μπορεί να αναγνωρίσει μεγαλύτερα σφάλματα. Σε αυτήν την περίπτωση το αρχικό πρόβλημα της εξίσωσης (5) τροποποιείται με την εισαγωγή των μεταβλητών χαλαρότητας ξ_i, ξ_i' για τις μετρήσεις “πάνω” και “κάτω” από το πεδίο σφάλματος ε , ενώ και οι δύο παίρνουν θετικές τιμές [13]. Οι μεταβλητές χαλαρότητας εισάγονται προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι ανέφικτοι περιορισμοί του προβλήματος βελτιστοποίησης της εξίσωσης (5). Για το λόγο αυτό προκύπτει η μορφή της εξίσωσης (6) [27]

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i') \\ & \text{subject to } \begin{cases} y - \langle \omega, \Phi(x) \rangle - b \leq \varepsilon \\ \langle \omega, \Phi(x) \rangle + b - y \leq \varepsilon \\ \xi_i, \xi_i' \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

Στην εξίσωση (6) ο πρώτος όρος $1/2 \|\omega\|^2$ παριστάνει τη γενίκευση και ο δεύτερος όρος $C \cdot \sum (\xi_i + \xi_i')$ αφορά το εμπειρικό ρίσκο. Το C είναι μία θετική παράμετρος η οποία ορίζει το βαθμό σφάλματος όταν προκύψει κάποιο λάθος στην εκπαίδευση [28]. Η απόδοση του μοντέλου παλινδρόμησης των ΜΔΥ εξαρτάται από την επιλογή της συνάρτησης πυρήνα και την επιλογή των υπερ-παράμετρων. Στην παρούσα εφαρμογή προσομοιώθηκαν ο γραμμικός πυρήνας (linear kernel), ο πολυωνυμικός (polynomial kernel) και ο Γκαουσιανός (Gaussian or radial basis function - RBF), μεταβάλλοντας την παράμετρο C , που καθορίζει το βαθμό τιμωρίας του μοντέλου για τα σφάλματα που προκύπτουν κατά την εκπαίδευση. Συγκεκριμένα δοκιμάστηκαν 11 διαφορετικές τιμές της παραμέτρου $C=0.1, 1, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000$ και 2000 . Σημειώνεται ότι για την Γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικές τιμές της παραμέτρου που ελέγχει το εύρος της Γκαουσιανής συνάρτησης $g=0.01, 0.1$ & 0.5 , που αντιπροσωπεύει το εύρος της συνάρτησης. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι εξισώσεις των τριών συναρτήσεων πυρήνα (7), (8) και (9) [13].

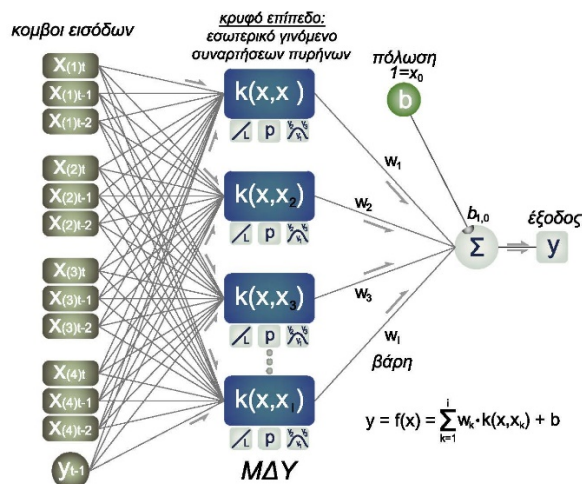
$$\text{Γραμμική: } k(x, y) = \langle x, y \rangle \quad (7)$$

$$\text{Πολυωνυμική: } k(x, y) = [\langle x, y \rangle + \theta]^p \quad (8)$$

$$\text{Γκαουσιανή RBF: } k(x, y) = e^{-g \|x - y\|^2} \quad (9)$$

Για την προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής με την παλινδρόμηση των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος SVMlight [29]-[30] που αναπτύχθηκε από τον Thorsten Joachims αρχικά για ταξινόμηση και στη συνέχεια και για πρόβλεψη. Ο αλγόριθμος SVMlight προσθέτει και αφαιρεί μεταβλητές από το σύνολο που επιλέγεται κάθε φορά, ενώ αποτελεί μία εφαρμογή των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης του Vapnik για την αντιμετώπιση των προβλημάτων της αναγνώρισης προτύπων, της παλινδρόμησης

(πρόβλεψη) και της μάθησης μίας συνάρτησης κατάταξης (learning a ranking function) [27]. Το μοντέλο των ΜΔΥ διαμορφώθηκε με τις ίδιες εισόδους και στόχους όπως και το ΤΝΔ. Η αρχιτεκτονική του μοντέλου των ΜΔΥ απεικονίζεται στο σχήμα 3.



Σχήμα 3 – Αρχιτεκτονική μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης [24]

Ε. Μέθοδος Cross-Validation

Για την εκτίμηση της ικανότητας γενίκευσης της τελικής συνάρτησης, που έμαθε το μοντέλο, και την επιλογή του βέλτιστου ΤΝΔ (αριθμός νευρώνων κρυφού επιπέδου), και αντίστοιχα για την επιλογή της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου C για κάθε πυρήνα του μοντέλου ΜΔΥ, χρησιμοποιείται η μέθοδος cross-validation. Το χαρακτηριστικό της μεθόδου είναι ο διαχωρισμός των διαθέσιμων προτύπων σε τρία σύνολα. Το πρώτο σύνολο, το οποίο είναι και το μεγαλύτερο (70% των προτύπων), ονομάζεται σύνολο εκπαίδευσης (training set) και χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση του μοντέλου. Το δεύτερο και τρίτο σύνολο (15% και 15% των προτύπων) ονομάζονται σύνολο ελέγχου (test set) και σύνολο επικύρωσης (validation set) και χρησιμοποιούνται αντίστοιχα για τον έλεγχο και την επικύρωση της ικανότητας γενίκευσης των μοντέλων. Έτσι, δημιουργήθηκαν δέκα διαφορετικές τοπολογίες (για κάθε αρχιτεκτονική του ΤΝΔ και για κάθε πυρήνα του μοντέλου των ΜΔΥ), σε κάθε μία από τις οποίες τα δεδομένα (ζεύγη προτύπων) διαιρέθηκαν με διαφορετικό και τυχαίο τρόπο στα τρία προαναφερόμενα σύνολα. Σε κάθε τοπολογία για κάθε αριθμό νευρώνων στο κρυφό επίπεδο των ΤΝΔ και για κάθε τιμή της παραμέτρου C κάθε πυρήνα των ΜΔΥ γίνεται εκπαίδευση, επικύρωση και έλεγχος με το αντίστοιχο υποσύνολο δεδομένων, ενώ η απόδοσή τους αξιολογείται με το υποσύνολο επικύρωσης.

ΣΤ. Κριτήρια αξιολόγησης

Για τον έλεγχο της απόδοσης και αξιοπιστίας των μοντέλων χρησιμοποιήθηκαν τρία διαφορετικά κριτήρια αξιολόγησης τα οποία είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE), ο συντελεστής συσχέτισης (R-value) και ο δείκτης Nash-Sutcliffe (N-S). Κάθε κριτήριο αντιπροσωπεύεται από ένα δείκτη, ο οποίος

προσδιορίζεται από τη σύγκριση των τιμών πρόβλεψης με τους στόχους του μοντέλου. Οι δείκτες αυτοί των κριτηρίων αξιολόγησης υπολογίζονται για κάθε σύνολο δεδομένων (εκπαίδευση, επικύρωση και έλεγχος) σε κάθε μία από τις δέκα τοπολογίες. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο μέσος όρος των δεικτών από τις δέκα τοπολογίες για τα τρία σύνολα, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το σφάλμα της τυχαιότητας που μπορεί να εμπεριέχει μία πολύ καλή ή μία πολύ κακή εφαρμογή του μοντέλου. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ποσοτικοποιήσει την απόκλιση μίας τιμής που εκτιμήθηκε σε σχέση με την πραγματική τιμή της ποσότητας που ερευνάται. Στα ΤΝΔ και στις ΜΔΥ το μέσο τετραγωνικό σφάλμα χρησιμοποιείται για να μετρήσει την απόδοση της διαδικασίας εκπαίδευσης της μηχανής. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ορίζεται ως ο μέσος όρος των αθροισμάτων των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ των στόχων και των τιμών πρόβλεψης (εξίσωση 10).

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2 \quad (10)$$

Ο συντελεστής συσχέτισης (R) είναι ένα μέτρο της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών που εκτιμήθηκαν και των στόχων του μοντέλου (Εξ. 11)

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad (11)$$

όπου N είναι ο αριθμός των δειγμάτων, x_i και y_i είναι οι στόχοι και οι εκτιμώμενες τιμές αντίστοιχα για $i=1, \dots, n$ και $\bar{x}$ και $\bar{y}$ είναι οι μέσες τιμές των στόχων και των εκτιμώμενων τιμών αντίστοιχα. Ο δείκτης Nash-Sutcliffe αποτελεί έναν πολύ δημοφιλή δείκτη με ευρύτατες εφαρμογές για την αξιολόγηση της απόδοσης υδρολογικών μοντέλων. Ο μαθηματικός του ορισμός εκφράζεται από την εξίσωση 12 [31].

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_0^i - Q_m^i)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_0^i - \bar{Q}_0^i)^2} \quad (12)$$

Όπου Q_0 είναι οι παρατηρούμενες απορροές και Q_m είναι οι απορροές που προέκυψαν από την πρόβλεψη του μοντέλου. Όσο μικρότερο είναι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και όσο ο συντελεστής συσχέτισης και ο δείκτης Nash-Sutcliffe προσεγγίζουν τη μονάδα τόσο καλύτερη είναι η επίδοση των μοντέλων και παράγουν βέλτιστα αποτελέσματα.

III. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Η απόδοση του μοντέλου του ΤΝΔ παρουσιάζεται στους πίνακες 1, 2 και 3, όπου καταγράφονται οι μέσες τιμές των δεικτών του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, του συντελεστή συσχέτισης και του δείκτη Nash-Sutcliffe από δέκα διαφορετικές προσομοιώσεις (εκπαίδευσης, επικύρωσης, ελέγχου) για κάθε αρχιτεκτονική του ΤΝΔ.

Πίνακας 1 – Κριτήρια αξιολόγησης – εκπαίδευση μοντέλου TNA

TNA			Κριτήρια αξιολόγησης		
			MSE	R	N-S
13	2	1	0.000506	0.968780	0.937477
13	3	1	0.000488	0.969830	0.939438
13	4	1	0.000499	0.968839	0.937789
13	7	1	0.000462	0.972195	0.942736
13	8	1	0.000472	0.970846	0.941266
13	10	1	0.000453	0.971923	0.943956
13	20	1	0.000507	0.971157	0.937659
13	50	1	0.000364	0.977969	0.954706

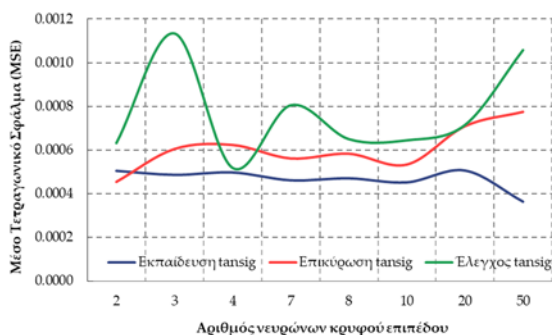
Πίνακας 2 – Κριτήρια αξιολόγησης – επικύρωση μοντέλου TNA

TNA			Κριτήρια αξιολόγησης		
			MSE	R	N-S
13	2	1	0.000454	0.971581	0.942406
13	3	1	0.000604	0.963697	0.927658
13	4	1	0.000623	0.962158	0.924758
13	7	1	0.000561	0.965061	0.927130
13	8	1	0.000583	0.964212	0.928487
13	10	1	0.000533	0.967566	0.935526
13	20	1	0.000709	0.957574	0.911535
13	50	1	0.000775	0.950882	0.899736

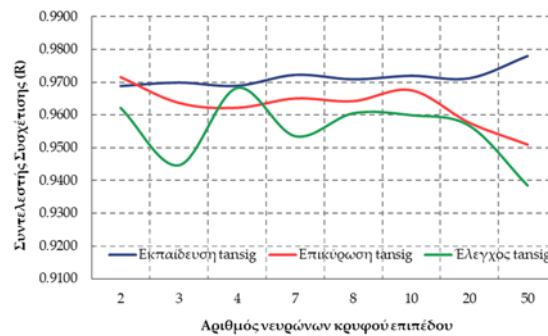
Πίνακας 3 – Κριτήρια αξιολόγησης – έλεγχος μοντέλου TNA

TNA			Κριτήρια αξιολόγησης		
			MSE	R	N-S
13	2	1	0.000632	0.962230	0.923698
13	3	1	0.001134	0.944704	0.863513
13	4	1	0.000518	0.968303	0.936724
13	7	1	0.000805	0.953605	0.905211
13	8	1	0.000650	0.960579	0.921204
13	10	1	0.000645	0.960002	0.920045
13	20	1	0.000715	0.956749	0.909435
13	50	1	0.001058	0.938536	0.877296

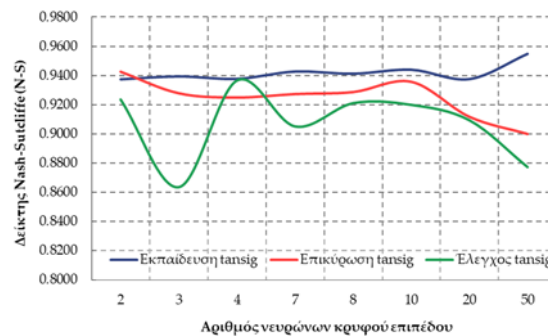
Στα διαγράμματα των Σχημάτων 4, 5 και 6 παρουσιάζονται διαδοχικά οι καμπύλες εκπαίδευσης, επικύρωσης και ελέγχου που διαμορφώνονται από τη διαδικασία εκπαίδευσης, επικύρωσης και ελέγχου του TNA. Από τις καμπύλες επικύρωσης που αποτελούν και το κριτήριο για την επιλογή του βέλτιστου μοντέλου προκύπτει ότι το νευρωνικό δίκτυο που έχει τις μικρότερες τιμές του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και τις πλησιέστερες στη μονάδα τιμές του συντελεστή συσχέτισης και του δείκτη Nash-Sutcliffe είναι αυτό με 2 νευρώνες στο κρυφό επίπεδο και ακολουθεί το TNA με 10 νευρώνες στο κρυφό επίπεδο.



Σχήμα 4 – Καμπύλες μέσου τετραγωνικού σφάλματος



Σχήμα 5 – Καμπύλες συντελεστή συσχέτισης



Σχήμα 6 – Καμπύλες δείκτη Nash-Sutcliffe

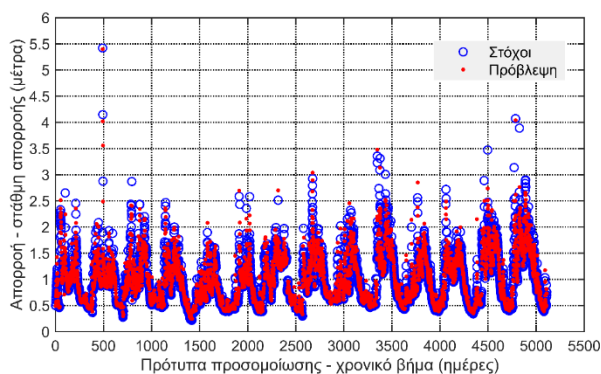
Στον Πίνακα 4 παρουσιάζονται τα κριτήρια αξιολόγησης από την προσομοίωση του TNA.

Πίνακας 4 – Κριτήρια αξιολόγησης – προσομοίωσης TNA

TNA			Κριτήρια αξιολόγησης		
			MSE	R	N-S
13	2	1	0.000517	0.968019	0.935894
13	3	1	0.000602	0.963027	0.925362
13	4	1	0.000520	0.967548	0.935511
13	7	1	0.000529	0.968002	0.934461
13	8	1	0.000515	0.968160	0.936155
13	10	1	0.000494	0.969268	0.938797
13	20	1	0.000569	0.966751	0.929495
13	50	1	0.000530	0.967514	0.934348

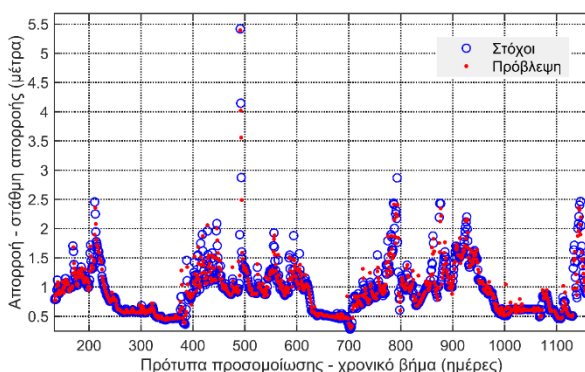
Σχετικά με το μοντέλο TNA, το νευρωνικό δίκτυο με την καλύτερη απόδοση κατά την προσομοίωση είναι αυτό με αρχιτεκτονική 13-10-1, το οποίο ήταν δεύτερο σε ιεραρχία σύμφωνα με τα αποτελέσματα της επικύρωσης. Γενικά διαπιστώνεται ότι οι διαφορές μεταξύ των νευρωνικών με διαφορετικούς αριθμούς νευρώνων στο κρυφό επίπεδο παρουσιάζουν μικρές διαφορές όταν αυτοί κυμαίνονται στα επίπεδα: 2, 4, 7, 8 και 50, ενώ αποκλίνουν (αλλά όχι σε μεγάλο βαθμό) τα νευρωνικά με 3 και κυρίως με 20 νευρώνες στο κρυφό επίπεδο.

Στο σχήμα 7 παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της πρόβλεψης χρονοσειράς με το TNA 13-10-1. Η χρονοσειρά πρόβλεψης απεικονίζεται με κόκκινες στιγμές, ενώ η χρονοσειρά μετρήσεων αντιπροσωπεύεται από μπλε κύκλους.



Σχήμα 7 – Πρόβλεψη χρονοσειράς απορροής - TNA

Από το διάγραμμα του σχήματος 7 εξάγεται το συμπέρασμα ότι η χρονοσειρά που προέκυψε από την προσομοίωση του TNA προσεγγίζει πολύ καλά την αρχική χρονοσειρά των στόχων. Ειδικά στο σχήμα 8, που εστιάζει σε συγκεκριμένο τμήμα της χρονοσειράς είναι ευκρινέστερη η προσέγγιση των τιμών πρόβλεψης με τις τιμές των στόχων. Ειδική αναφορά πρέπει να γίνει στις τιμές της απορροής στα χρονικά βήματα 500 και 4600, όπου η πρόβλεψη πετυχαίνει τις πολύ ακραίες τιμές ή τις προσεγγίζει αρκετά.



Σχήμα 8 – Σύγκριση στόχων και εξόδων μοντέλου TNA στο χρονικό βήμα 150-1150 και στο πεδίο τιμών στάθμης 0.5-5.5

Η απόδοση του μοντέλου των ΜΔΥ παρουσιάζεται στους πίνακες 5, 6, 7, 8 και 9, όπου καταγράφονται οι μέσες τιμές των δεικτών του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, του συντελεστή συσχέτισης και του δείκτη Nash-Sutcliffe από δέκα διαφορετικές προσομοιώσεις (εκπαίδευσης, επικύρωσης, ελέγχου) για κάθε παράμετρο C και για κάθε πυρήνα των ΜΔΥ.

Πίνακας 5 – Κριτήρια αξιολόγησης επικύρωσης – γραμμικός πυρήνας ΜΔΥ

C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.000644	0.960200	0.921087
1	0.000635	0.962098	0.924054
5	0.000644	0.960180	0.921117
10	0.000508	0.967752	0.935538
20	0.000540	0.965345	0.930956
50	0.000513	0.967243	0.934397
100	0.000599	0.962895	0.925486
200	0.000529	0.967112	0.933602
500	0.000808	0.960657	0.899011
1000	0.002376	0.946831	0.706748
2000	0.002648	0.939905	0.671911

Εξαιτίας του μεγάλου όγκου αποτελεσμάτων παρατίθενται μόνον οι πίνακες των δεδομένων επικύρωσης που αποτελούν και το κριτήριο για την επιλογή του βέλτιστου μοντέλου.

Πίνακας 6 – Κριτήρια αξιολόγησης επικύρωσης – πολυωνμικός πυρήνας ΜΔΥ

C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.000554	0.964987	0.930347
1	0.000552	0.965172	0.930886
5	0.000573	0.967239	0.927460
10	0.000874	0.957388	0.894994
20	0.001768	0.951590	0.787262
50	0.002629	0.948049	0.678306
100	0.002125	0.940283	0.734843
200	0.010296	0.873547	-0.262641
500	0.014669	0.854432	-0.719349
1000	0.013753	0.861643	-0.704488
2000	0.016434	0.842358	-1.108607

Πίνακας 7 – Κριτήρια αξιολόγησης επικύρωσης – Γκαουσιανός πυρήνας $\sigma=0.01$ ΜΔΥ

C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.002142	0.915326	0.731636
1	0.000513	0.967225	0.933976
5	0.000579	0.963492	0.927495
10	0.000562	0.964878	0.930051
20	0.000516	0.967323	0.934567
50	0.000550	0.965994	0.932229
100	0.000477	0.969347	0.938973
200	0.000566	0.965061	0.930218
500	0.000542	0.965722	0.931915
1000	0.000546	0.967722	0.930891
2000	0.000663	0.965329	0.916616

Πίνακας 8 – Κριτήρια αξιολόγησης επικύρωσης – Γκαουσιανός πυρήνας $\sigma=0.1$ ΜΔΥ

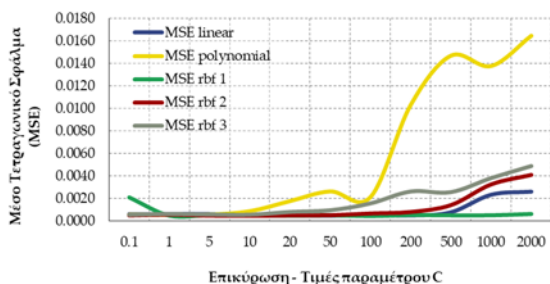
C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.000537	0.967893	0.934741
1	0.000607	0.964036	0.927673
5	0.000522	0.967821	0.936034
10	0.000505	0.967600	0.935583
20	0.000537	0.966191	0.933042
50	0.000558	0.965988	0.931762
100	0.000710	0.958784	0.914444
200	0.000844	0.958629	0.895847
500	0.001451	0.950253	0.821566
1000	0.003280	0.928278	0.601623
2000	0.004120	0.930414	0.508309

Πίνακας 9 – Κριτήρια αξιολόγησης επικύρωσης – Γκαουσιανός πυρήνας $\sigma=0.5$ ΜΔΥ

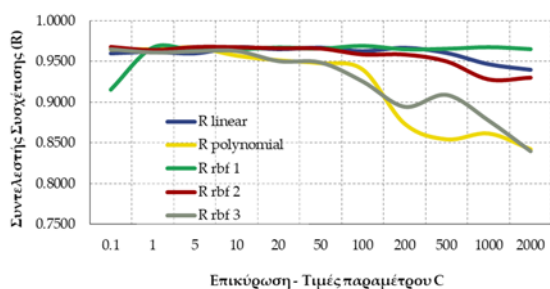
C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.000575	0.965284	0.930155
1	0.000651	0.961287	0.922410
5	0.000600	0.962804	0.926282
10	0.000584	0.963226	0.925542
20	0.000828	0.950637	0.897256
50	0.000980	0.948919	0.880038

C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
100	0.001583	0.925598	0.810352
200	0.002634	0.894425	0.677688
500	0.002578	0.909020	0.673802
1000	0.003812	0.877429	0.512318
2000	0.004875	0.839606	0.373524

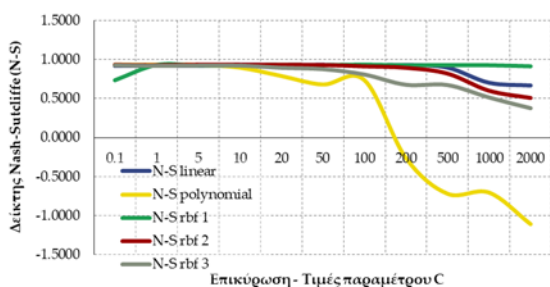
Στα διαγράμματα των Σχημάτων 9, 10 και 11 παρουσιάζονται διαδοχικά οι καμπύλες επικύρωσης που διαμορφώνονται από τη διαδικασία εκπαίδευσης, επικύρωσης και ελέγχου των ΜΔΥ.



Σχήμα 9 – Καμπύλες επικύρωσης ΜΔΥ για το μέσο τετραγωνικό σφάλμα



Σχήμα 10 – Καμπύλες επικύρωσης ΜΔΥ για τον συντελεστή συσχέτισης



Σχήμα 11 – Καμπύλες επικύρωσης ΜΔΥ για τον δείκτη Nash-Sutcliffe

Οι τιμές της παραμέτρου C για τις οποίες οι ΜΔΥ παρουσιάζουν τη βέλτιστη απόδοση κατά τη διαδικασία εκπαίδευσης, επικύρωσης, ελέγχου είναι:

- Μηχανή με γραμμική συνάρτηση πυρήνα: 0.1, 1, 5, 10 και 50
- Μηχανή με πολυωνυμική συνάρτηση πυρήνα: 0.1, 1, 5 και 10
- Μηχανή με Γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα και τιμή παραμέτρου $g=0.01$: 20, 100, 200 και 500
- Μηχανή με Γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα και τιμή παραμέτρου $g=0.1$: 0.1, 1, 5, 10, 20, 50 και 100
- Μηχανή με Γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα και τιμή παραμέτρου $g=0.5$: 0.1, 1, 5, 10, 20 και 100

Για κάθε μία από τις δέκα διαδικασίες εκπαίδευσης, επικύρωσης και ελέγχου σε κάθε δοκιμαζόμενη τιμή της παραμέτρου C, ακολούθησε προσομοίωση των εκπαιδευμένων πλέον μηχανών με τα αρχικά δεδομένα εισόδων και προέκυψαν οι προβλέψεις των χρονοσειρών απορροής για τη λεκάνη απορροής. Στους πίνακες 10, 11, 12, 13 και 14 καταγράφονται οι μέσες τιμές των κριτηρίων αξιολόγησης που προέκυψαν από τις δέκα προσομοιώσεις – προβλέψεις για κάθε τιμή της παραμέτρου C για τα πέντε μοντέλα των μηχανών διανυσμάτων υποστήριξης.

Πίνακας 10 – Κριτήρια αξιολόγησης – προσομοίωσης του γραμμικού πυρήνα ΜΔΥ

C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.000585	0.963345	0.927483
1	0.000584	0.963393	0.927586
5	0.000585	0.963362	0.927533
10	0.000585	0.963326	0.927472
20	0.000586	0.963313	0.927413
50	0.000585	0.963347	0.927469
100	0.000589	0.963215	0.927033
200	0.000597	0.963018	0.925930
500	0.000835	0.959054	0.896459
1000	0.002343	0.948668	0.709536
2000	0.002661	0.939324	0.670116

Πίνακας 11 – Κριτήρια αξιολόγησης – προσομοίωσης του πολυωνυμικού πυρήνα ΜΔΥ

C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.000507	0.968302	0.937134
1	0.000506	0.968337	0.937233
5	0.000575	0.967668	0.928765
10	0.000699	0.966806	0.913391
20	0.001547	0.964802	0.808263
50	0.002372	0.960884	0.705990
100	0.001958	0.951202	0.757230
200	0.009831	0.901617	-0.218756
500	0.014056	0.884711	-0.742544
1000	0.013181	0.895174	-0.634109
2000	0.015914	0.868440	-0.972946

Πίνακας 12 – Κριτήρια αξιολόγησης – προσομοίωσης Γκαουσιανού πυρήνα $g=0.01$ ΜΔΥ

C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.002175	0.914524	0.730352
1	0.000589	0.963437	0.927006
5	0.000576	0.963980	0.928619
10	0.000560	0.964938	0.930585
20	0.000550	0.965558	0.931769
50	0.000533	0.966684	0.933920
100	0.000523	0.967291	0.935138
200	0.000516	0.967762	0.936006
500	0.000509	0.968202	0.936929
1000	0.000546	0.968147	0.932257
2000	0.000625	0.967718	0.922535

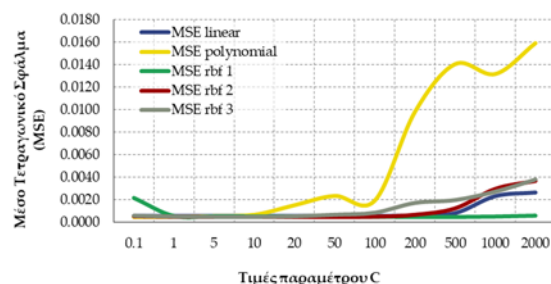
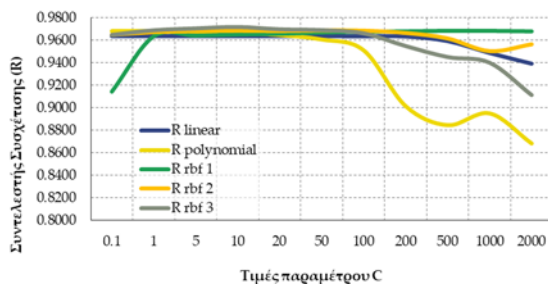
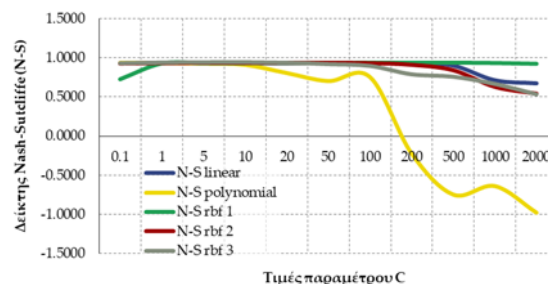
Πίνακας 13 – Κριτήρια αξιολόγησης – προσομοίωσης Γκαουσιανού πυρήνα $g=0.1$ ΜΔΥ

C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.000571	0.964960	0.929255
1	0.000523	0.967375	0.935176
5	0.000510	0.968137	0.936727
10	0.000501	0.968676	0.937886
20	0.000505	0.968392	0.937350
50	0.000503	0.968892	0.937673
100	0.000534	0.968702	0.933851
200	0.000701	0.966657	0.913070
500	0.001261	0.961654	0.843718
1000	0.002972	0.950105	0.631503
2000	0.003668	0.956285	0.545253

Πίνακας 14 – Κριτήρια αξιολόγησης – προσομοίωσης Γκαουσιανού πυρήνα $g=0.5$ ΜΔΥ

C	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
0.1	0.000569	0.964761	0.929503
1	0.000500	0.968781	0.938034
5	0.000474	0.970494	0.941234
10	0.000464	0.971680	0.942531
20	0.000520	0.969667	0.935490
50	0.000661	0.968916	0.918072
100	0.000845	0.966080	0.895243
200	0.001715	0.954843	0.787333
500	0.001969	0.945109	0.755950
1000	0.002715	0.940072	0.663412
2000	0.003789	0.911460	0.530204

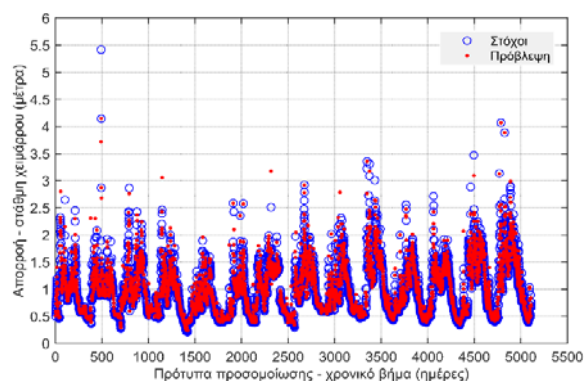
Στα διαγράμματα των Σχημάτων 12, 13 και 14 παρουσιάζονται διαδοχικά οι καμπύλες των κριτηρίων αξιολόγησης για τις προσομοιώσεις των ΜΔΥ.

**Σχήμα 12** – Καμπύλες προσομοίωσης μοντέλων ΜΔΥ για το μέσο τετραγωνικό σφάλμα**Σχήμα 13** – Καμπύλες προσομοίωσης μοντέλων ΜΔΥ για τον συντελεστή συσχέτισης**Σχήμα 14** – Καμπύλες προσομοίωσης μοντέλων ΜΔΥ για τον δείκτη Nash-Sutcliffe

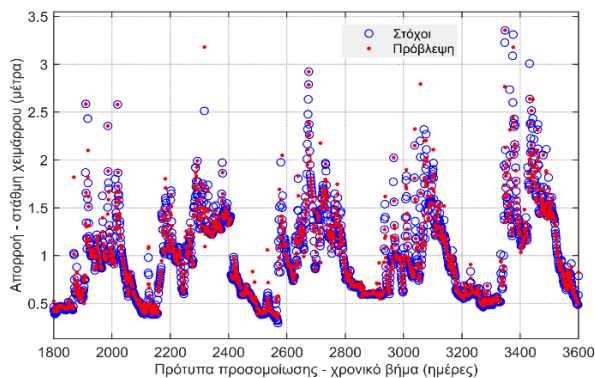
Οι καμπύλες των κριτηρίων αξιολόγησης που προκύπτουν από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων των μοντέλων επιβεβαιώνουν τα συμπεράσματα από τα αντίστοιχα διαγράμματα των διαδικασιών εκπαίδευσης, επικύρωσης και ελέγχου που προηγήθηκαν. Έτσι, η ιεραρχική ταξινόμηση των μοντέλων παραμένει η ίδια και συγκεκριμένα η μηχανή με Γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα επιτυγχάνει την καλύτερη απόδοση, ακολουθεί η γραμμική και στην τελευταία θέση τοποθετείται η πολυωνυμική. Περισσότερο αναλυτικά για τις μηχανές διανυσμάτων υποστήριξης με Γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα, όταν η παράμετρος C παίρνει:

- μικρές τιμές (0.1, 1, 5, 10) αποδίδει καλύτερα η μηχανή με τιμή παραμέτρου g ίση με 0.5,
- μέσες τιμές (20, 50) αποδίδει καλύτερα η μηχανή με τιμή παραμέτρου g ίση με 0.1 και
- μεγάλες τιμές (100, 200, 500, 1000, 2000) αποδίδει καλύτερα η μηχανή με τιμή παραμέτρου g ίση με 0.01.

Από το σύνολο των μοντέλων ΜΔΥ η βέλτιστη απόδοση επιτυγχάνεται από τη μηχανή με Γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα και τιμή παραμέτρου g ίση με 0.5, όταν η παράμετρος C παίρνει την τιμή 10. Στο σχήμα 15 παρουσιάζεται η πρόβλεψη της χρονοσειράς (κόκκινες στιγμές) σε σύγκριση με την χρονοσειρά των μετρήσεων (μπλε κύκλοι) για τη βέλτιστη ΜΔΥ.

**Σχήμα 15** – Πρόβλεψη χρονοσειράς απορροής - ΜΔΥ

Η εξαιρετική αποτελεσματικότητα του συγκεκριμένου μοντέλου και ο υψηλός βαθμός ακρίβειας στην πρόβλεψη της χρονοσειράς γίνονται περισσότερο ευδιάκριτα στο σχήμα 16 που εστιάζει σε συγκεκριμένα πεδία των χρονοσειρών.



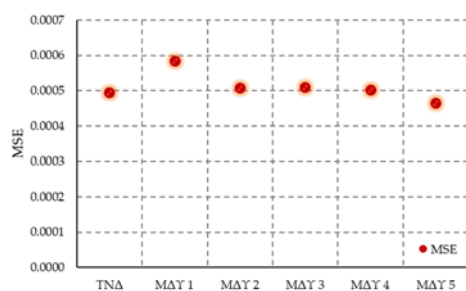
Σχήμα 16 – Σύγκριση στόχων και εξόδων μοντέλου ΜΔΥ στο χρονικό βήμα 1800-3600 και στο πεδίο τιμών στάθμης 0.5-3.5

Στο τελικό στάδιο γίνεται σύγκριση μεταξύ των καλύτερων μοντέλων που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις των ΤΝΔ και των ΜΔΥ. Στον Πίνακα 15 παρουσιάζονται τα κριτήρια αξιολόγησης των βέλτιστων μοντέλων.

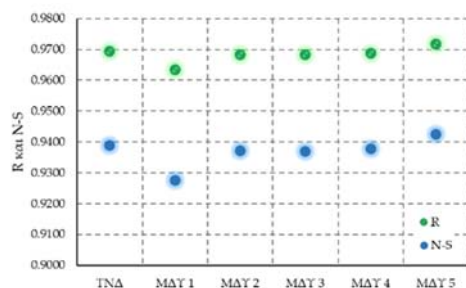
Πίνακας 15 – Κριτήρια αξιολόγησης βέλτιστων μοντέλων

Μοντέλα	Κριτήρια αξιολόγησης		
	MSE	R	N-S
ΤΝΔ 13-10-1	0.000494	0.969268	0.938797
ΜΔΥ 1: C=1 Γραμμικός	0.000584	0.963393	0.927586
ΜΔΥ 2: C=1 Πολυνυμικός	0.000506	0.968337	0.937233
ΜΔΥ 3: RBF C=500, g=0.01	0.000509	0.968202	0.936929
ΜΔΥ 4: RBF C=10, g=0.1	0.000501	0.968676	0.937886
ΜΔΥ 5: RBF C=10, g=0.5	0.000464	0.971680	0.942531

Στα διαγράμματα των Σχημάτων 17 και 18 απεικονίζονται αντίστοιχα τα κριτήρια αξιολόγησης των βέλτιστων μοντέλων.



Σχήμα 17 – Μέσο τετραγωνικό σφάλμα – βέλτιστα μοντέλα



Σχήμα 18 – Συντελεστής συσχέτισης και δείκτης Nash-Sutcliffe – βέλτιστα μοντέλα

Από την παρατήρηση των αποτελεσμάτων προκύπτει ότι το βέλτιστο μοντέλο είναι η ΜΔΥ με Γκαουσιανή συνάρτηση πυρήνα και τιμή παραμέτρου g ίση με 0.5, όταν η παράμετρος C παίρνει την τιμή 10.

IV. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα έρευνα καταδεικνύει ότι τα μοντέλα ΤΝΔ και των ΜΔΥ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διερεύνηση της σχέσης μεταξύ βροχοπτώσης-απορροής και την πρόβλεψη χρονοσειρών απορροής. Από τα αποτελέσματα της έρευνας προέκυψε ότι το βέλτιστο μοντέλο για το πεδίο έρευνας της λεκάνης απορροής του χειμάρρου Βενέτικου είναι η ΜΔΥ με τον Γκαουσιανό πυρήνα και τιμές παραμέτρων $C=10$, $g=0.5$. Ωστόσο, οι διαφορές των μοντέλων μεταξύ τους είναι πολύ μικρές (οι τιμές των κριτηρίων αξιολόγησης έχουν μικρές διαφορές), γεγονός που σημαίνει ότι όλα τα μοντέλα μπορούν να εφαρμοστούν με επιτυχία για την προσομοίωση της σχέσης βροχοπτώσης-απορροής. Ιδιαίτερη αναφορά πρέπει να γίνει στην ικανότητα που έδειξαν τα μοντέλα στην πρόβλεψη των ακραίων τιμών, καθώς τα ακραία φαινόμενα είναι αυτά που προκαλούν πλημμυρικές παροχές. Έτσι, όλα τα μοντέλα ΤΝΔ και ΜΔΥ που αναπτύχθηκαν έδειξαν αρκετά καλή επίδοση στην πρόβλεψη των ακραίων τιμών της απορροής.

Αξιοσημείωτο συμπέρασμα που προέκυψε από την έρευνα είναι η βελτιστοποίηση των επιδόσεων των μοντέλων με τη χρήση ιστορίας στις εισόδους των ΤΝΔ και ΜΔΥ. Ειδικότερα, η χρήση της βροχοπτώσης και χιονόπτωσης των δύο προηγούμενων ημερών, καθώς και της στάθμης του νερού της προηγούμενης ημέρας βελτίωσαν σημαντικά τη συμπεριφορά των μοντέλων. Στο ίδιο αποτέλεσμα κατέληξαν και οι Boucher et al. το 2010 [32], όπου σε ένα ανάλογο ΤΝΔ χρησιμοποίησαν στις εισόδους την ημερήσια και των δύο προηγούμενων ημερών βροχοπτώση και την απορροή της προηγούμενης ημέρας, διαπιστώνοντας την βελτιωμένη αξιοπιστία του μοντέλου στην πρόβλεψη χρονοσειρών απορροής. Γενικά διαπιστώνεται ότι τα ΤΝΔ και οι ΜΔΥ μπορούν να χρησιμοποιηθούν αποτελεσματικά στη διερεύνηση της σχέσης βροχοπτώσης-απορροής και στην πρόβλεψη χρονοσειρών. Κύριο πλεονεκτήματα τους είναι η δυνατότητα επεξεργασίας μεγάλου όγκου δεδομένων σε σύντομο χρονικό διάστημα, γεγονός που τα κάνει να υπερέχουν σε σχέση με άλλα μοντέλα. Ωστόσο, είναι σημαντικό να γίνουν περαιτέρω έρευνες για τη βελτίωση των προτεινόμενων μοντέλων και κυρίως εφαρμογές σε πολλές και με διαφορετικά χαρακτηριστικά λεκάνες απορροής. Οι πολλές εφαρμογές και οι προσομοιώσεις με περισσότερα δεδομένα μπορούν να οδηγήσουν σε μεγαλύτερη βελτίωση στην απόδοση των μοντέλων. Παρά το γεγονός ότι τα προτεινόμενα μοντέλα μπορούν να πετύχουν προσομοίωση υψηλής ακρίβειας για τη σχέση βροχοπτώσης-απορροής, η προτεινόμενη προσέγγιση παρουσιάζει δύο βασικούς περιορισμούς.

Πρώτον, τα απαιτούμενα ιστορικά δεδομένα για τη βροχόπτωση και την απορροή θα πρέπει να είναι αξιόπιστα και διαθέσιμα για σχετικά μεγάλο χρονικό διάστημα, ώστε να επιτρέπεται στο μοντέλο να μιμείται τα πιθανά μοτίβα μεταξύ βροχοπτώσεων και απορροής. Δεύτερον, υπάρχει ανάγκη αναδιάρθρωσης και εκ νέου δημιουργίας ολόκληρης της αρχιτεκτονικής των μοντέλων σε περίπτωση που απαιτείται να συμπεριληφθούν διαφορετικές υδρολογικές μεταβλητές (όπως εξάτμιση και διήθηση που εκφράζουν απώλειες νερού για την τελική απορροή) στις εισόδους τους με στόχο τη βελτίωση της ακρίβειας των προβλέψεων.

Σημείωση: η παρούσα έρευνα αποτελεί τμήμα και εξέλιξη της διδακτορικής διατριβής του πρώτου συγγραφέα.

V. ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] "Comparing neural network and autoregressive moving average techniques for the provision of continuous river flow forecasts in two contrasting catchments", R.J. Abrahart, L. See, *Hydrological Process*, Vol. 14, Nr. 11–12, 2000, pp. 2157–2172.
- [2] "Precipitation Forecasting Using Multilayer Neural Network and Support Vector Machine Optimization Based on Flow Regime Algorithm Taking into Account Uncertainties of Soft Computing Models", F.B. Banadkooki, M. Ehteram, A.N. Ahmed, C.M. Fai, H.A. Afan, W.M. Ridwam, A. Sefelnasr, A. El-Shafie, *Sustainability*, Vol. 11, Nr. 23, 2019, 6681.
- [3] "A novel Master-Slave optimization algorithm for generating an optimal release policy in case of reservoir operation", M.S. Turgut, O.E. Turgut, H.A. Afan, A. El-Shafie, *Journal of Hydrology*, Vol. 577, 2019, Article 123959.
- [4] "Rainfall-runoff modelling using improved machine learning methods: Harris hawks optimizer vs. particle swarm optimization", Y. Tikhamarine, D. Souag-Gamane, A.N. Ahmed, S.S. Sammen, O. Kisi, Y.F. Huang, A. El-Shafie, *Journal of Hydrology*, Vol. 589, 2020, Article 125133.
- [5] *Fundamentals of hydrology*. Tim Davie, Routledge – Taylor & Francis Group, 2008.
- [6] "Prediction and modelling of rainfall-runoff during typhoon events using a physically-based and artificial neural network hybrid model", Y. Chih-Chieh, L. Wen-Cheng, *Hydrological Sciences Journal*, Vol. 60, Nr. 12, 2014, pp. 2102–2116.
- [7] "Short-term runoff prediction with GRU and LSTM networks without requiring time step optimization during sample generation", S. Gao, Y. Huang, S. Zhang, J. Han, G. Wang, M. Zhang, Q. Lin, *Journal of Hydrology*, Vol. 589, 2020, Article 125188.
- [8] "Impact of imperfect rainfall knowledge on the efficiency and the parameters of watershed models", V. Andréassian, C. Perrin, C. Michel, I. Usart-Sanchez, J. Lavabre, *Journal of Hydrology*, Vol. 250, Nr. 1-4, 2001, pp. 206–223.
- [9] "Integration of artificial neural networks with conceptual models in rainfall-runoff modeling", J. Chen, B.J. Adams, *Journal of Hydrology*, Vol. 318, Nr. 1-4, 2006, pp. 232-249.
- [10] Μπότσης, Δ., Λατινόπουλος, Π., Διαμαντάρας, Κ., "Προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής με αναδρομικά νευρωνικά δίκτυα", 14ο Πανελλήνιο Συνέδριο Ελληνικής Υδροτεχνικής Ένωσης (ΕΥΕ), Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Βόλος, Ελλάδα, Μάιος 2019, pp. 324-334.
- [11] "Dissection of trained neural network hydrologic models for knowledge extraction", A. Jain, S. Kumar, *Water Resources Research*, Vol. 45, Nr. 7, 2009.
- [12] "Neural networks for the prediction and forecasting of water resources variables: a review of modeling issues and applications", H.R. Maier, G.C. Dandy, *Environmental Modelling & Software*, Vol. 15, Nr. 1, 2000, pp. 101–123.
- [13] Μηχανική μάθηση. Κώστας Διαμαντάρας, Δημήτρης Μπότσης Δ., Αθήνα, Εκδόσεις Κλειδίριθμος, 2019.
- [14] "Artificial neural network in hydrology", ASCE Task Committee, *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 5, Nr. 2, 2000, pp. 124–144.
- [15] "Pattern recognition using generalized portrait method", V. Vapnik, A. Lerner, A., *Automation and Remote Control*, Vol. 24, 1963, pp. 774-780.
- [16] "New support vector algorithms", B. Schölkopf, A.J. Smola, R. C. Williamson, *Neural computation*, Vol. 12, Nr. 5, 2000, pp. 1207-1245.
- [17] "A comparative study of artificial neural networks and neuro-fuzzy in continuous modeling of the daily and hourly behaviour of runoff", M. Aqil, I. Kita, A. Yano, S. Nishiyama S., *Journal of Hydrology*, Vol. 337, Nr. 1, 2007, pp. 22-34.
- [18] Botsis, D., Latinopoulos, P., Diamantaras, K., "Rainfall-runoff modeling using support vector regression and artificial neural networks", 12th International Conference on Environmental Science and Technology, University of Aegean, Rhodes, Greece, September 2011, pp. 230-237.
- [19] Μπότσης, Δ., Λατινόπουλος, Π., Διαμαντάρας, Κ. "Προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής με συνδυαστικούς αλγόριθμους μάθησης", 3ο κοινό συνέδριο (13ο) Ε.Υ.Ε., (9ο) Ε.Ε.Δ.Υ.Π. και (1ο) Ε.Υ.Σ.: Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Πόρων στη Νέα Εποχή. Ε.Μ.Π., Αθήνα, Ελλάδα, Δεκέμβριος 2015, Τόμος I: pp. 25-32.
- [20] "Rainfall-Runoff Modeling Using Support Vector Machine in Snow-Affected Watershed", F. Sedighi, M. Vafakhah, R.J. Mohamad, *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol. 41, 2016, p.p. 4065–4076.
- [21] "Rainfall-runoff modeling using LSTM-based multi-state-vector sequence-to-sequence model", H. Yin, X. Zhang, F. Wang, Y. Zhang, R. Xia, J. Jin, *Journal of Hydrology*, Vol. 598, 2021, Article 126378.
- [22] Botsis, D., Latinopoulos, P., Diamantaras, K. "Comparison of stochastic and machine learning models in streamflow forecasting", International conference Protection and Restoration of the environment XIV, Thessaloniki, Greece, July 2018, pp. 23-33.
- [23] *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Simon S. Haykin, Macmillan, New York, 1999.
- [24] Προσομοίωση της σχέσης βροχόπτωσης-απορροής με μεθόδους μηχανικής μάθησης. Δημήτρης Μπότσης, Διδακτορική διατριβή, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, 2016.
- [25] "Rainfall-runoff models using artificial neural networks for ensemble streamflow prediction", D. Jeong, Y. Kim, *Hydrological Processes*, Vol. 19, 2005, pp. 3819–3835.
- [26] "A tutorial of support vector regression", A.J. Smola, B. Scholkopf, *Statistics and Computing*, Vol. 14.3, 2004, pp. 199-222.
- [27] *The Nature of Statistical Learning Theory*. Vladimir N. Vapnik, Springer, New York, 2000.
- [28] "River stage prediction based on a distributed support vector regression", C.L. Wu, K.W. Chau, Y.S. Li, *Journal of hydrology*, Vol. 358, 2008, pp. 96-111.
- [29] "Making large-scale support vector machine learning practical", T. Joachims, *Advances in kernel methods: support vector learning*, MIT Press, 1999, pp. 169-184.
- [30] "Learning to Classify Text Using Support Vector Machines: Methods Theory and Algorithms", T. Joachims, *Computational Linguistics*, Kluwer Academic Publishers, Vol. 29, Nr. 4, 2002.
- [31] "River Flow Forecasting through Conceptual Model. Part 1—A Discussion of Principles", J.E. Nash, J.V. Sutcliffe, J.V., *Journal of Hydrology*, Vol. 10, 1970, pp. 282-290.
- [32] "An experiment on the evolution of an ensemble of neural networks for streamflow forecasting", M.A. Boucher, J.P. Laliberté, F. Anctil, *Hydrology and Earth System Sciences*, Vol. 14, Nr. 3, 2010, pp. 603-612.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ

Δημήτριος Μπότσης

Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας και

Γεωπληροφορικής, Διεθνές Πανεπιστήμιο Ελλάδος

Πανεπιστημιούπολη Σεργρών, 621 24 Τέρμα

Μαγνησίας, Σέρρες

e-mail: jimbotsis@gmail.com